





式中:  $\bar{y}_{\sigma 0}$  为  $\sigma$  轴与  $a$  相之间的电角度  $p$  在  $\sigma$  轴与  $a$  相重合时,  $\bar{y}_{\sigma 0} = 0$

考虑交叉饱和和转子磁场谐波影响的模型与式 (1) 相比, 增加了永磁磁场谐波造成的正弦波分量

齿槽转矩的影响

当线圈输入激励为  $p$  时, 齿槽转矩即为由于齿槽和永磁体作用产生的转矩  $p$  的齿槽转矩 [6] 可以通过式 (2) 求取, 也可以通过有限元法直接计算

$$i_{\sigma} = \frac{\bar{a}_0 \delta_e \bar{a}_y}{\bar{y}_{\sigma 0}} \cos \delta \frac{\bar{y}_{\sigma}}{\bar{a}} \frac{\bar{u}}{\bar{a}} \cos \delta \bar{y}_{\sigma} \bar{e}_{\sigma} \bar{y}_{\sigma} \bar{u} \bar{e}_{\sigma} \quad (2)$$

式中:  $\bar{a}_0$  和  $\delta_e$  分别为绕组的占空长度和定子铁心的内半径;  $\bar{a}_y$  和  $\bar{a}$  分别为永磁体的径向磁通密度基波幅值和齿槽数;  $\bar{u}$  和  $\bar{u}_p$  为第  $u$  个槽的圆度误差和真空磁导率;  $\bar{e}$  和  $\bar{y}_{\sigma}$  分别为永磁极对数和转子旋转的电角度

齿槽转矩与电气激励无关, 计算时把该转矩值直接叠加到式 (2) 即可

## 参数计算与分析

综合以上分析, 如果获得  $\bar{y}_{\sigma 0}$ 、 $\bar{y}_{\sigma 0}$ 、 $\bar{y}_{\sigma 0}$ 、 $\bar{y}_{\sigma 0}$ 、 $\bar{y}_{\sigma 0}$ 、 $\bar{y}_{\sigma 0}$  以及  $i_{\sigma}$  随电流  $\bar{u}$ 、 $\bar{u}$  的变化关系, 以及空载下永磁各次谐波磁链, 就可以建立考虑饱和和转子磁场谐波影响的  $\sigma$  轴模型

饱和的影响是由磁导率的变化引起的。因此, 在 UDECAD 软件中, 使用冻结磁导率 [6] 的方法, 对电机不同的运行点进行有限元分析。具体方法如下: 通过分别给定  $\sigma$ 、 $\delta$  轴电流来模拟电机工作点, 选取的  $\sigma$ 、 $\delta$  轴电流范围为正负  $\bar{y}_{\sigma 0}$  倍额定电流, 保证有限元计算的完备性。对电机施加负载电流进行场计算, 此时电机由电流和永磁体共同激励; 场计算完成之后, 将每个单元的磁导率保存, 并分别用于电流单独激励和永磁体单独激励的场计算。每一个工作点都进行了三次计算。对同一个工作点下的不同激励方式, 计算过程中应该保证网格剖分一致。对不同的工作点进行计算, 得到对应于各个工作点的电气参数值, 这样不仅考虑了导磁材料饱和特性的影响, 还考虑了  $\sigma$ 、 $\delta$  轴磁链交叉耦合影响。

电流磁链及电感计算

对于一个具体的工作点, 通过有限元法求得每一相的电流磁链  $\bar{y}_{\sigma}$ 、 $\bar{y}_{\sigma}$ 、 $\bar{y}_{\sigma}$ 、 $\delta$  轴磁链分量通过式 (3) 变换求取

$$\begin{bmatrix} \bar{y}_{\sigma 0} \\ \bar{y}_{\sigma 0} \end{bmatrix} = \bar{y}_{\sigma 0} \begin{bmatrix} \frac{7}{6} \bar{y}_{\sigma} \bar{e}_{\sigma} & \bar{y}_{\sigma} \bar{e}_{\sigma} \left( \bar{y}_{\sigma} \frac{\bar{y}_{\sigma}}{\bar{u}} \right) & \bar{y}_{\sigma} \bar{e}_{\sigma} \left( \bar{y}_{\sigma} \frac{\bar{y}_{\sigma}}{\bar{u}} \right) \\ \frac{6}{5} \bar{y}_{\sigma} \bar{e}_{\sigma} & \bar{y}_{\sigma} \bar{e}_{\sigma} \left( \bar{y}_{\sigma} \frac{\bar{y}_{\sigma}}{\bar{u}} \right) & \bar{y}_{\sigma} \bar{e}_{\sigma} \left( \bar{y}_{\sigma} \frac{\bar{y}_{\sigma}}{\bar{u}} \right) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 7 \bar{y}_{\sigma} \\ 6 \bar{y}_{\sigma} \\ 5 \bar{y}_{\sigma} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中:  $\bar{y}_{\sigma}$  为  $\sigma$  轴与  $a$  相之间的电角度  $p$  在  $\sigma$  轴与  $a$  相重合时,  $\bar{y}_{\sigma} = 0$

求取  $\sigma$  轴自感和互感的方法: 在电流和永磁体共同激励下, 计算电机的磁场, 保存此时的磁导率; 使用  $\bar{u}$  计算只有  $\bar{u}$  和  $\bar{u}$  激励的  $\sigma$  轴总电流磁链  $\bar{y}_{\sigma 0}$  以及  $\bar{u}$  单独激励下的  $\sigma$  轴磁链  $\bar{y}_{\sigma 0}$ , 并按式 (5) 计算  $\bar{y}_{\sigma 0}$  通过  $\bar{y}_{\sigma 0}$ 、 $\bar{y}_{\sigma 0}$  和式 (5) 可求取  $\bar{y}_{\sigma 0}$   $\delta$  轴自感和互感按同样的方法计算

永磁磁链计算

永磁体基波以及各次谐波磁链通过基波和谐波径向气隙磁密按式 (6) 求取

$$\bar{y}_{\sigma 0} = \frac{\bar{y}_{\sigma}}{\bar{y}} \bar{a}_0 \frac{\bar{u}}{\bar{u}} \bar{a}_{\sigma} \bar{p}_{\sigma} \quad (6)$$

式中:  $\bar{a}_0$  为电枢铁心有效长度;  $\bar{u}$  为电机的极距;  $\bar{a}_{\sigma}$  为  $\sigma$  次径向气隙磁密谐波幅值;  $\bar{p}_{\sigma}$  为电枢绕组每相串联匝数;  $\bar{p}_{\sigma}$  为基波绕组系数  $\bar{a}_{\sigma}$  可通过对气隙上的径向磁密曲线作  $\bar{e}_{\sigma} \bar{B}$  变换求取

对一台内置式三相正弦  $\sigma$  轴进行了计算, 样机横截面图以及定子绕组分布如图 1 所示, 其他参数如表 1 所示

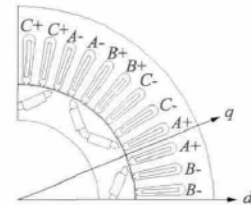


图 1 样机横截面图以及定子绕组分布

表 1 样机参数

参数	值	参数	值
极对数 $p$	6	转子内径 $r_{\sigma 0}$	10 mm
定子槽数	24	线径 $\phi_{\sigma 0}$	0.1 mm
一相串联匝数	12	并绕根数	1
并联支路数	2	铁心有效长度 $a_{\sigma 0}$	10 mm
定子外径 $\phi_{\sigma 0}$	15 mm	基波绕组系数	0.96
定子内径 $\phi_{\sigma 0}$	10 mm	定子电阻 $R_{\sigma}$	0.1 $\Omega$
转子外径 $\phi_{\sigma 0}$	10 mm	转动惯量 $J_{\sigma}$	0.001 kg·m <sup>2</sup>

通过冻结磁导率法计算得到的  $\bar{u}$ 、 $\bar{u}$  坐标下电流磁链和永磁基波磁链与  $\bar{u}$ 、 $\bar{u}$  的关系, 如图 2 和图 3 所示。  $\bar{u}$ 、 $\bar{u}$  轴自感和互感参数与  $\bar{u}$ 、 $\bar{u}$  的关系如图 4 所示。 电流为零时电感也应该为零。 但是在电流接

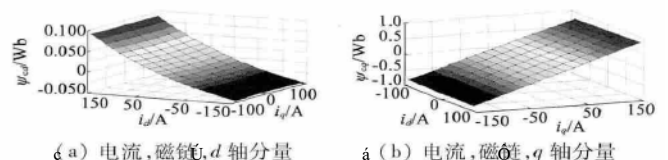


图 2 电流  $\bar{u}$  轴磁链

近  $p$  时,电感参数的变化仍然遵循曲线的变化趋势。为了便于建模仿真研究,电流为零时的  $U_d$  轴电感取相邻运行点的电感平均值。

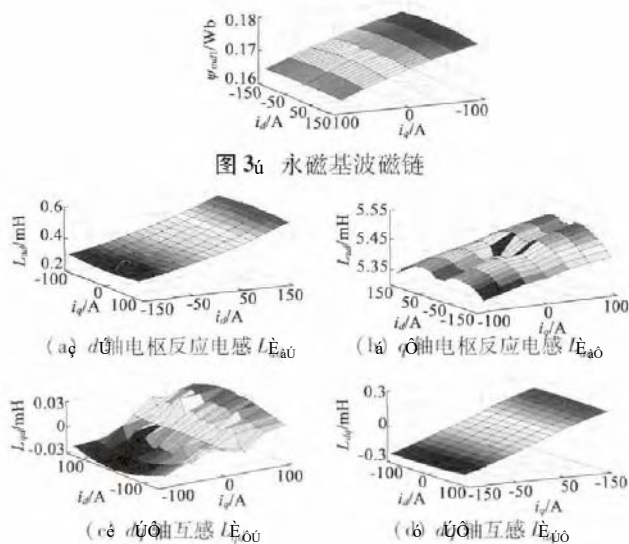


图 3 永磁基波磁链

图 4  $U_d$  轴自感和互感

从图 4 可以看出,本文中冻结磁导率法计算的永磁体基波磁链  $\psi_{U_d}$  轴自感和互感由于磁路的饱和程度不同随  $U_d$  轴电流变化。 $U_d$  轴互感  $L_{dq}$  和  $L_{qd}$  相差比较大,因而不能认为  $L_{dq} = L_{qd}$ 。

空载时各次永磁磁链谐波幅值如表 5 所示。

表 5 永磁磁链谐波幅值

参数	值	参数	值
1 次谐波幅值 $\psi_{1U_d}$	0.18	1 次谐波幅值 $\psi_{1U_q}$	0.18
2 次谐波幅值 $\psi_{2U_d}$	0.03	2 次谐波幅值 $\psi_{2U_q}$	0.03
3 次谐波幅值 $\psi_{3U_d}$	0.01	3 次谐波幅值 $\psi_{3U_q}$	0.01

本文使用有限元法直接计算齿槽转矩。运动距离为两个槽距的结果如图 5 所示,齿槽转矩峰值为  $1.8 \text{ N}\cdot\text{m}$ 。

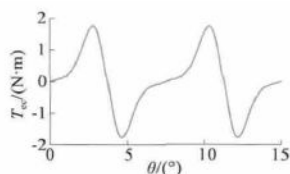


图 5 有限元计算齿槽转矩结果

## 仿真验证

对电机施加理想正弦电压,电压幅值  $U_m$ ,频率  $f$ ,在  $U_d$  软件中,电机进入稳态时,瞬态运行结果如图 6 所示。

在  $U_d$  中,对线性模型和本论文所建立的  $\delta\sigma$  模型施加理想正弦电压的仿真结果如图 7 所示。

从图 6 和图 7 可以看到,在  $U_d$  中建立考虑饱和和转子磁场谐波和齿槽转矩影响的模型能反映转速和转矩波动以及电流的畸变,波动程度与有

限元法相差较小,更接近真实模型。

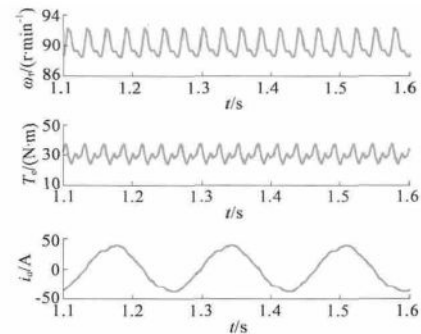


图 6  $U_d$  有限元开环仿真结果

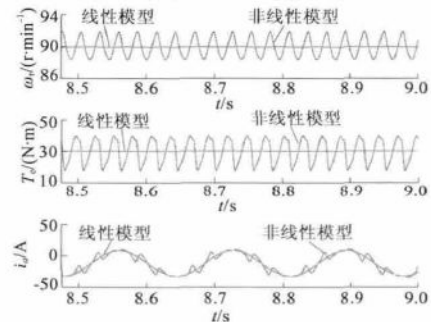


图 7 考虑饱和和转子谐波和齿槽转矩影响的开环仿真结果

## 结论

本文基于有限元法,在  $U_d$  环境中计算得到了谐波磁链和考虑饱和影响的三相正弦  $\delta\sigma$  的电流磁链。永磁体磁链以及  $d$  轴自感和互感参数;在  $U_d$  中建立了一个考虑交叉饱和和转子磁场谐波以及齿槽转矩影响的三相正弦  $\delta\sigma$  仿真模型。负载开环仿真结果表明,本文所建立的  $\delta\sigma$  模型与有限元结果吻合良好,证明了模型准确可靠,为进一步研究三相正弦  $\delta\sigma$  的精确控制系统奠定了基础。

## 参考文献

- [1] 李锦清,喻寿益,桂卫华,等. 永磁同步电机非线性模型研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(10): 1000-1005.
- [2] 王莉娜,杨宗军.  $\delta\sigma$  模型的改进及在参数辨识中的应用[J]. 电机与控制学报, 2005, 9(1): 1-5.
- [3] 王秀和. 永磁电机[M]. 北京: 中国电力出版社, 2000.

(下转第 11 页)

李锦清等  
内置式三相正弦永磁同步电机非线性模型研究

11