

四色猜想的数字图板拼图证明与实用意义

李传学

(济南市工业和信息化局 济南 250098)

摘要: 四色猜想是个封闭曲线事物形态 (\triangle \square 线面同一、曲直等价) 连续变换 (拓变) 且由数论跨学科证明的微分 [任意、无 (穷 x) 限 $\rightarrow dx = \Delta x$] 概念问题。数字 (色序) “相异相邻、相同 (异) 对顶” 是证明规则。

受 \triangle \boxtimes \square \circ 理性史前文明四个符号 (三角形、对顶三角形、方阵形 / 四方五位、八角星 / 四方八位) 启佑, 在运用 1、2、3、4 数字标记三角形 \triangle “1 面、3 线” “四方五位、四方八位” 链锁重组对顶三角形数字图版证明和二阶方阵数字图版表达式证明基础上, 同步有六种数字图板拼图 (含子阵) 模型证明四色猜想。

“点、线、面” 的数学 + 历史符号 (相关四色猜想) + 宇宙 “点、线、面” 的哲学含义相融, 彰显天宇、地球、“人亦大” 的万物数学之美。数学模型证明四色猜想 “任意” (无穷)、通俗、实用, 不存在 “飞地” 之困, 优于计算机 “有限” 证明。

关键词: 链锁 1 面 3 线; 四色二阶方阵; 相异相邻; 四色叠加迭代; 四色图版拼图; 重组对顶; 四色启佑

中图分类号: O29 **文献标识码:** A **文章编号:** 2832-9317 (2023) 01-0089-06

DOI: 10.12424/HA.2023.018 **本文链接:** <https://www.oc-press.com/HA-03-089.html>

费马猜想、四色猜想、哥德巴赫猜想是近代世界三大数学难题。四色猜想的计算机证明于 1976 年由美国数学家借助两台不同计算机, 分 1482 种情况, 用了 1200 小时, 做了 100 亿个判断, 经查证都是可约构型, 而枚举完成。不过这与四色猜想数学语言定义的 “任意地细分” 相比, 仍是 “有限” 证明、忽略了四色猜想客观存在的实用意义。

一、释解四色猜想数学语言定义

四色猜想的数学语言定义: “将平面任意地细分为不相重叠的区域, 每一区域总可以用 1、2、3、4 这四个数字之一来进行标记, 且不会使相邻的两个区域得到相同的数字。”

1. “将平面 (区域) 任意地细分为不相重叠的 (单元) 区域。” (引入平面区域和单元区域为叙述方便) “任意地细分” 指: (1) 单元区域数量无限。(2) 单元区域形状各异、地位相等, 拓扑等价 (充要关系)。地图单元 “不相重叠” 是个主权问题。

2. “每一区域总可以用 1、2、3、4 这四个数字之一来进行标记。” 指每个单元区域是整体共存关系。在 “任意” 单元区域封闭曲线中, 三角形 \triangle 具有 “1 面、

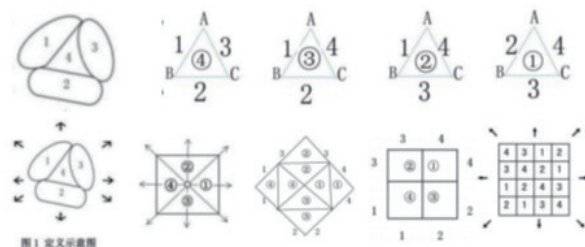
3 (相邻) 线” 结构特点。(1) “3 线” 即定 “1 面” (1+3)。(2) 显示两两 “相邻” 三角形共 “线” 的链锁特性。(3) 相邻三角形的 “线面” 数字 1 ①、2 ②、3 ③、4 ④ 同一。

3. “且不会使相邻的两个区域得到相同的数字。” 数字 “相异相邻、相同对顶” (或相邻合并重组), 单元区域数字不会相同。

二、三角形 \triangle “1 面、3 (相邻) 线” (1+3) 链锁重组对顶三角形图板、二阶方阵单元链锁图板

三角形 \triangle 是多边形构成元素。封闭曲线拓扑等价。

1、2、3、4 标记 \triangle “1 面、3 线” 的 C_4^3 四种组合、及构成的多边形单元图:



1. 分别用 1、2、3、4 标记三角形 \triangle “1 面、3 (相邻) 线” (提出者李梓源, 上海某中学学生)。(1) “线面” 1 ①、2 ②、3 ③、4 ④ 数字有 C_4^3 四种组合。

(2) “线面同一、相异相邻”可重组构成 \triangle (∇)、 \square 、 \diamond 、 \boxtimes 、田型等多边形数字单元。

单元图 \boxtimes 中四个 \triangle 外翻之后，数字相同合并实现 \boxtimes 形同一。

重组对顶，是区域位置概念。区域对象有起始三角形、重组三角形。

三角形 \triangle “1面、3线”(1+3)数学模型，是起始三角形特性描述。重组三角形(相对下一重组又是起始三角形)特性仍不变。

对顶，是指起始三角形 \triangle 与重组三角形 \triangle 相邻线上的“点”对顶、或 360° 共“点”互补。相关对顶区域，与对顶角($0^\circ < \text{角} < 360^\circ$)大小、形状无关。形态分为，“点”对顶($0^\circ < \text{角} < 180^\circ$)、“线”(相邻)对顶($180^\circ \sim 360^\circ$ 互补，或称与外角共点对顶、三个三角形角共点对顶)。

数字“相异相邻、相同(异)对顶”，实现区域位置(平角也对顶、顶共点 360° 互补，“点线”同一)。数字“相异相邻、相同(异)对顶”、相邻合并重组，归于“线面”同一的“相异相邻”整体(共存，是图版拼图标定依据。

链锁，实现数字组合单元图板或图板拼图。单元表达式“四方八位(四方五位)”列队构成区域整体。单元数量增加，相对于平面区域“任意地细分”，显示数字单元疏密。

2. 用1、2、3、4数字标记二阶方阵数字单元的链锁图板表达式模型。具有(1)相对区域“任意地细分”。(2)单元两两“相异相邻、相同(异)对顶”数字不会相同(田单元图板略)特性。

$$S^2(\Sigma) = \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 1 \\ \hline 4 & 3 \\ \hline \end{array} \rightarrow \right)_k$$

2×2 阶子阵图板	2×3 阶子阵图板	3×2 阶子阵图板	3×3 阶子阵图板
12 12 12 →	123 123 123 →	21 21 21 →	312 312 312 →
34 34 34 →	234 234 234 →	14 14 14 →	134 134 134 →
12 12 12 →	123 123 123 →	32 32 32 →	241 241 241 →
34 34 34 →	234 234 234 →	21 21 21 →	312 312 312 →
12 12 12 →	123 123 123 →	14 14 14 →	134 134 134 →
34 34 34 →	234 234 234 →	32 32 32 →	241 241 241 →
↓	↓	↓	↓

子阵 2×3 、 3×2 、 3×3 阶，都可以“四方八位”链锁形成数字图版。

二阶方阵表达式图板上拼图，单元区域封闭曲线范围内的图板数字合并为拼图色。(1)拼图轨迹任意。

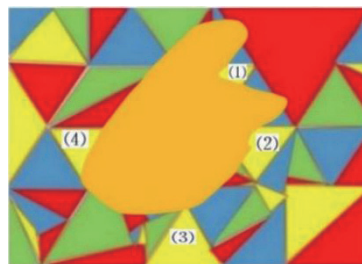
(2)拼图色数字若与封闭曲线经图板数字相同，仍遵守色序“相异相邻、相同(异)对顶”规则，进行“改、对(含保持原态)、合”操作，实现拼图色与封闭曲线经图板数字“不相同”。

3. 三角形 \triangle “1面、3(相邻)线”(1+3)链锁重组对顶三角形图板拼图模型。

(1)链锁“无限”。平面多边形区域由“无限”个三角形 \triangle 单元区域元素组成。

(2)链锁“细分”。(A)收敛型。内接三角形 \triangle ，是细化三角形 \triangle 单元区域途径，内接三角形 \triangle 趋向“点”(由面到点)链锁的平面区域整体。(B)发散型。口形、 \boxtimes 形组合单元链锁，单元区域密度增加，趋向“任意地细分”区域整体。

(3)实用三角形图板拼图模型。



如图(色序为1①黄、2②绿、3③蓝、4④红)，拼图色为①黄。在①黄拼图单元区域与图版构成的封闭曲线边缘上也有四处①黄，相邻色序相同，需“改、对、合”来实现“相异相邻”。(1): ①黄改为④红、或合并为相邻③蓝。(2): ①黄改为④红、或合并为相邻②绿、或合并为相邻③蓝。(3): 保持同色对顶。(4): ①黄改为②绿、或合并为相邻③蓝、或合并为相邻④红、或同色对顶(保持相邻③蓝、④红)。

三、四色猜想定义的直接证明与图板拼图的对立统一

(一)四色猜想数学语言定义的数学分析。

1. 定义。将平面任意地细分为不相重叠的区域，每一区域总可以用1、2、3、4这四个数字之一来进行标记，且不会使相邻的两个区域得到相同的数字。

2. “任意地细分”趋向极限“点”“且不会使相邻的两个区域得到相同的数字”是证明关键。

3. 定义的数学方法特征。二阶方阵的1、2、3、4数字元素有 p_4^3 二十四种排列，这里不妨取其中之一已足矣。

2	3	2	3
1	4	1	4
2	3	2	3
1	4	1	4

数字 1、2、3、4 任意排列的二阶方阵与 2^2 阶、 2^3 阶方阵细化图

数字单元间固然存在相异相邻而“不会”相同的结构(图左),且“四方八位”链锁图板结构不变。在“四方八位”链锁图板的二阶方阵单元或数字单元上叠加由二阶方阵组成的 $2n$ ($n=2, 3, 4, \dots$) 阶方阵单元可以实现图板“任意地细分”(图中、右)。

4. 链锁与“任意地细分”。链锁“无限”(无穷),是个当三角形 \triangle 单元或组合单元拼图个数 $k=1, k=n, k=n+1$ (n 任意自然数) 时均成立的直接证明过程。链锁是图板的来历,但相对单元范围来看,链锁蕴含细分。因此,细分途经分为链锁细分、叠加细分、以及区域元素的添加细分。

5. 数学归纳法证明。封闭三角形 \triangle 是多边形构成元素,与平面封闭曲线形拓扑等价。在利用四色猜想数学语言定义,推理三角形 \triangle “1 面、3 线”链锁重组对顶三角形图板证明(1+3 证明)和二阶方阵图版表达式证明的基础上,推导出定义的直接证明——数学归纳法。

当拼图个数 $k=1, k=n, k=n+1$ 时:

$$\sum_{k=1}^{n+1} \left(\begin{array}{c} \triangle \\ \text{B} \quad \text{C} \\ 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \triangle \\ \text{B} \quad \text{C} \\ 2 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \triangle \\ \text{B} \quad \text{C} \\ 3 \end{array} \right) \quad \left(\begin{array}{c} \triangle \\ \text{B} \quad \text{C} \\ 3 \end{array} \right) \quad k$$

均成立,且趋向数字图版区域整体。

6. 图板拼图。这里每一细分(单元)区域“用 1、2、3、4 这四个数字之一来进行标记”色序为 1 ①黄、2 ②绿、3 ③蓝、4 ④红,且“线面”同一。

三角形 \triangle “1 面、3 线”的链锁拼图无限(参阅《利用数学模型证明四色猜想》原载《内蒙古科技》2020 年第 8 期/39 卷/总第 458 期)。根据定义,将直接证明 $k=1, k=n$ 与 $k=n+1$ 递推成立的归纳法阐述为:

“在任意由 1、2、3、4 相应色序数字不重复二阶方阵的链锁细分区域得到的数字图版上拼图,遵照拼图色序数字与图版数字相异相邻、相同对顶规则,不会使图色序单元与相邻边缘图版单元得到相同的数

字”。

(二) 图版拼图“会”与“不会”的对立统一。

在图板上用①②③④色序拼图,边缘曲线上的图板数字与拼图色序“会”相同,这与定义的“不会”相同而对立。如何实现曲线边缘图板数字与拼图色序“会”相同,与定义的“不会”相同的统一呢?

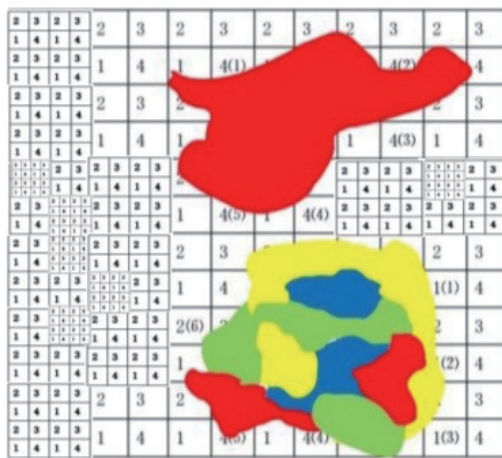
色序“相异相邻、相同对顶”互逆、对立统一关键链锁过程。这显然也能实现图板拼图边缘图板数字与拼图色序“会”相同,与定义的“不会”相同的对立统一。

同样,在定义的直接证明中,拼图迭代(连续)的相异相邻、相同对顶规则依然适用于数字图板拼图证明过程。

这是因为,图板上拼图是相异相邻规则下的迭代过程,实用性强。拼图曲线形状、周长大小任意, \triangle \square 线面同一、曲直等价。拼图色序与图版数字“相异相邻(改)、相同对顶(对)”(包括“相邻合并”),排除了“飞地”之困。对立统一,“改、对、合”二阶方阵图板特征不变。

(三) 图板拼图归纳实例。

色序(数字)链锁趋向封闭区域拼图整体。例图中,已经在二阶方阵单元与数字单元上实现 4 阶方阵叠加细分,色序为①黄、②绿、③蓝、④红。



二阶方阵(叠加)细分、图版拼图

1. 图板上图($k=1$)。拼图色序为④红,与边缘线上数字“4”相同的图中标有(1)、(2)、(3)、(4)、(5)五个。(1)为“2”、或“4”④红对顶。(2)“4”改为“2”、或合并为相邻“1”。(3)保持“4”④红对顶。(4)“4”

改为“2”、或合并为相邻“3”。(5)“4”改为“2”、或“4”④红对顶。

2. 图版下图($k=n$)。由八个单元区域链锁构成。在边缘封闭曲线上由①黄、②绿、④红、②绿四个单元区域,相邻同色图中标有(1)、(2)、(3)、(4)、(5)、(6)六个。(1)“1”改为“3”、或相邻合并为“2”。(2)“1”改为“3”。(3)“1”改为“3”、或“1”与①黄对顶。(4)“4”改为“3”。(5)“4”改为“3”、或相邻合并为“1”。(6)“2”改为“4”、或“2”与②绿对顶。

图版上拼图,拼图色序一定,只需在边缘线上对图版数字进行“改、对、合”标定(下一拼图 $k=n+1$ 仍成立),即可实现四色猜想定义地图,且无“飞地”之忧。

3. 图版拼图、拼图图版互换。见“地图修正与四色猜想叠加、迭代算法”。

四、“相异相邻、相同(异)对顶”规则的“任意”延伸证明

1234、3124、2314、2134、3214、1324

1243、4123、2413、2143、4213、1423

1432、3142、4312、4132、3412、1342

3241、4321、2431、2341、4231、3421

数字1、2、3、4有 $p_4^3 24$ 种色序排列(如色序1黄、2绿、3蓝、4红)。每一色序各有 $P_4^3 24$ 种“△”组合单元、24种“⊠”组合单元、24种“田”组合单元、24种4阶对称矩阵单元组合。组合单元链锁图板各有576个,“任意”、同步证明四色猜想数学语言定义。

三角形△“1面、3线”(1+3)组合的同步模型。(1)△单元链锁图板表达式模型(略)、(2)⊠单元链锁图板表达式模型、(3)4阶对称矩阵单元链锁图板表达式模型、(4)九宫格(四方五位)田单元链锁图板表达式模型。

$$\begin{aligned}
 S^5(\mathbf{X}) &= \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{c} \text{△} \\ \text{⊠} \end{array} \right)_k \\
 S^0(\mathbf{X}) &= \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{c} \text{田} \\ \text{田} \end{array} \right)_k \\
 S^9(\mathbf{X}) &= \sum_{k=1}^n \left(\begin{array}{c} \text{田} \\ \text{田} \end{array} \right)_k
 \end{aligned}$$

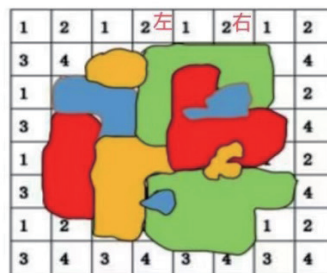
宇宙魔方九宫格,按五行易数“16→1、27→2、38→3、49→4、50→•点”同类合并为“田”

单元(四方五位),彰显来自鲤鱼跳龙门的黑白双鱼八卦图,堪比文字记载史前人类文明、安全生存方式。

五、四色猜想证明的实用意义

(一) 标定图板拼图边缘实用地图。

标定,数字图板拼图的实用操作。“事后”把关相邻拼图色,与图板数字的“相异相邻、相同(异)对顶”。



通道标配与添加细化图

图板拼图边缘标定模型,是由1(起始)、2、3、4、5、6…… n 个自然数单元区域(国)拼图形成的封闭曲线边缘段上的“相异相邻”单元区域($\leq n$)拼图色,与图板数字按照“相异相邻、相同(异)对顶”规则,实现平面区域四色猜想整体。如图,在10个单元区域封闭曲线边缘上(逆时针)顺序有:①黄、③蓝、④红、①黄、②绿、④红、②绿,7个“相异相邻”拼图色($7 < 10$)。其中顺序7为②绿色,与图板数字“2”(左、右各一个)相同。按照“相异相邻、相同(异)对顶”规则,标定重组图板数字“2”:(1)对于左“2”,或改为“3”、或“2”与②绿对顶。(2)对于右“2”,或改为“3”,或“2”与②绿对顶、或与相邻数字“1”合并重组为数字“1”。

边缘标定适用于图板与拼图统一过程,仅在第 n 个单元区域拼图完成后使用最简捷。

(二) 地图修正与四色猜想叠加、迭代算法。

1. 问题的提出。世界范围内,由于主观原因或客观条件影响,时有引发区划“细分”或“合并”。这样以来,制作地图就需在原有地图基础上进行相应变动与更新修正。

2. 地图的动态特征。(1)图板拼图,是在定义的1、2、3、4构成的数字图板上拼图。多单元区域拼图地图完成后,图板拼图会返回到“三角形△1面3线链锁重组对顶三角形△”图板(封闭曲线拓扑等价)拼图初始状态。(2)拼图图板,是在初始拼图图板上进行再拼图,迭代标定得到新图板。拼图图板具有动态性,

决定了迭代次数无限。因此, 三角形 \triangle “1面、3线”
(1+3)图板才是经常实用的一种图板模型。

修正时, 拼图色序要选择与原地图中色序相邻单元最少的。拼图图版上拼图, 是根据时有发生单元区域“分、合”, 进行地图修正。拼图图版上单元“细分”色则“改”, 单元“对顶”则“对”, 单元“合并”则“合”, 拼图“相异相邻”规则不变。

3. 数字图板拼图返回生成三角形 \triangle “1面、3线”初始图板, 叠加、迭代标定地图动态过程是定义算法特性。

(1) 叠加、迭代具有细分(缩小)、合并(扩大)单元区域的特征。拼图图板是个以初始地图(相对原有)为基础, 不断更新的过程。拼图图板上再拼图, 拼图形状、大小任意是相对图版“任意地细分”叠加。迭代标定封闭曲线边缘上的色序①②③④与拼图色相异相邻。叠加与迭代相辅相成。

(2) 相异相邻规则的“任意地细分”(相对合并), 实现拼图过程对立的统一。图板拼图中的对立统一, 是在拼图图板上再拼图时, 同样免不了拼图色与拼图图板单元色“会”相同, 与定义的相邻单元“不会”相同对立。相异相邻(改、对、合)实现对立统一, 范围涵盖叠加、迭代的“细分”(相对于合并重组)。

(3) 叠加、迭代是四色猜想数学语言定义固有算法。相异相邻规则, 同步叠加、迭代的“细分、合并”生成四色地图, 证明数学语言定义表达了算法。

拼图图版是三角形 \triangle “1面3线”(1+3)链锁重组对顶三角形图板再现。直观、实用。世界国家单元分、合的叠加、迭代拼图图版更新地图, 这同步于四色猜想数学语言定义的直接证明与叠加、迭代算法的适用。四色猜想数学语言定义固然利用叠加、迭代算法, 不断在原有基础上更新使四色猜想成立的数学模型。

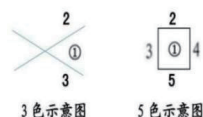
(三) 三角形 \triangle “1面、3线”(1+3)证明四色猜想3色模型不存在、5色模型多余。

根据三角形定义, \triangle “1面、3线”的“点、线、面”具有稳定性结构。“2”线相交面“无限”“3”线相交平面 \triangle 、“4”线平面口形是 \triangle 结构邻接, \triangle 组合构成 \square 模型定义图。 \triangle 是任意多边形组成元素。

1. “3色”模型有限单元区域“面”不存在。

“1面、2线”(1+2)色, 是2线相交的1平面色, 具有无限延伸性, 非封闭几何结构, 有限单元区域面

不存在。



2. “5色”模型“1面”的“4线多余”。

“1面、1+3(2+2)线”色。不失一般性, 可以用“四方”口形来表述。显然四边形口对边2与5、3与4可相互替代, 与①面“(数字)相异相邻”、相交边可相同色(对顶), 仍是1234数字标记 \triangle “1面、3线”概念, 4线多余。

(四) 四个史前文明符号启佑数学模型证明四色猜想。

用1、2、3、4数字标记三角形“1面、3线”(1+3)链锁重组对顶三角形进行封闭曲线拼图, 与三角形元素构造的 \square 、 \boxtimes 、田形方阵的“四方五位” \square “四方八位”链锁图板相辅相成于一体。这得益于理性史前文明的四个符号启佑。

史前文明四个符号, 记载着人类勇往直前, “人亦大”抗争自然灾害精神力量。半坡人鱼盆、含山玉版、澄湖陶罐等文物, 以及河图、洛书、宇宙魔方九宫格、伏羲双鱼(黑白)八卦图堪比文字, 彰显四色猜想的数学理性。

1. 三角形 \triangle , 在半坡人鱼盆中是鲤鱼(头)跳龙门的象征, 由“1面、3线”组成。用四色猜想的1、2、3、4数字进行标记, 是衍生封闭多边形最简洁元素。

2. 对顶三角形。在半坡人(口)鱼盆、澄湖陶罐, 记载了龙门过程, 成败(黑白)对半, 对立统一(河洛五行易数统计)。面对困难, 只有努力才能取得胜利(控制阀), 否则成为“口”中之物。四色猜想的对顶三角形, 使数字“相异相邻、相同(异)对顶”规则均成立。

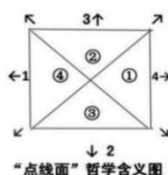
3. 方阵形 \square 。由1、2、3、4数字标记的 \triangle “1面、3线”四种组合的组成图 \boxtimes , 具有河图“四方五位”(收敛)特征。四色猜想定义的“任意地细分”, 趋向“点”的整体、表达方阵单元区域。

4. 八角(星)形。半坡人鱼盆、含山玉版记载“四方八位”(发散)跳龙门。由三角 \triangle 元素组成的多边形, 集四个史前理性文明一句话证明四色猜想。链锁, “四方八位、四方五位”实现图版拼图。

(五) 宇宙的“点线面”哲学含义与△“1面、3线”☒组合链锁图一致。

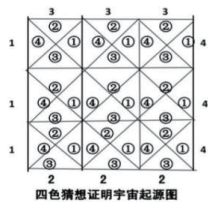
对于“点、线、面”及其之间关系, 数学家认为“点”可以无限小、无穷“点”组成“线”, “线”可以无限细, 无穷“线”组成“面”, “面”可以无限细分的极限趋于“点”。那么由“点、线、面”构成的四维宇宙, 则符合“任意地细分”, 且相邻1、2、3、4(趋于)“点”元素“不重叠”。

1. 宇宙的“点、线、面”哲学含义。



(1) 点就是宇宙起源, 没有任何体积, 被挤在宇宙的“边缘”; 点是所有图形基础。(2) 线就是由无数个点连接而成的。(3) 面就是由无数条线组成的。

2. 宇宙起源的四色猜想。



宇宙的“点线面”哲学含义图与四色猜想数学语言定义的△“1面、3线”组合链锁图一致, 而且满足充要条件关系。

在链锁过程中, 由1、2、3、4“点”元素构成的

“□”形封闭曲线, 总是以“重组对顶”, “(数字)相异相邻、相同(异)对顶”规则存在于☒图版的“周边”位置。用哲学含义来说就是“被挤在了宇宙的‘边缘’”位置; 无穷封闭△、“(数字)相邻”不相同, 是宇宙起源最简单、最稳定的图形元素。这足以证明数学家、哲学家对“点、线、面”一致认识是真实的、存在的。

3. 九宫格宇宙魔方模型表达式。

将四色猜想的△“1面、3线”单元“☒”单元表达式、或“田”单元表达式、或对称矩阵单元表达式重新定义, 相应得到九宫格(四方五位)“田”单元宇宙魔方表达式模型 S^9 。

(六) 四色猜想护行人类生存安全。

为使各国人民有共同的安全信息语言, 国际标准化组织于1952年成立了安全色标技术委员会专门研究制定国际统一的安全色标。1978年10月在象牙举行的第九次国际会议上通过了“红、蓝、黄、绿”四种颜色为国际通用的安全颜色。

在陆地交通标志中, 以“红、蓝、黄、绿”为底色, “黑、白”为配色, 制作安全标志。这与伏羲双鱼(黑、白)八卦图寓意一致, 并非巧合。四色猜想的“红、蓝、黄、绿”, 也正是这一安全色彩的彰显。

九宫格田单元图板表达式 S^9 , 遍布地面区域。来自“图、书”的九宫格“宇宙魔方”、四色猜想数学语言定义的“任意地细分”, 护行人类安全于地球表面“细微”之处。